

大直径单桩基础海上风机非线性共振特性

田抒平^{1,2}, 王振钰^{1,2}, 张陈蓉^{1,2}

(1. 同济大学 地下建筑与工程系, 上海 200092; 2. 同济大学 岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092)

摘 要: 海上风机的自振频率与转动频率或叶片扫略频率一致时会产生共振现象, 严重时会造成风机结构破坏。现有研究对共振频率评估多以弹性分析为主, 没有考虑实际桩-土相互作用非线性对风机共振特性的影响。以大直径单桩基础海上风机为研究对象, 基于动力 Winkler 地基模型, 采用双曲线型桩周土抗力-桩身侧向位移 ($p-y$) 骨干曲线考虑桩土刚度非线性, 采用剪应变相关滞回阻尼考虑土体能量耗散, 提出了海上风机共振频率的非线性频域理论简化分析方法。通过开展的一系列模型试验结果以及 Lely (A2) 海上风机现场实测数据对比, 验证了非线性风机共振频率计算方法的正确性。随后, 开展了砂土密实度、桩长和桩径对于风机共振频率非线性影响的参数分析, 研究认为风机系统共振频率随着荷载水平的增加而呈现减小趋势, 且当砂土较松散、桩长较短或桩径较小时, 共振频率受土体非线性的影响更为明显。

关 键 词: 海上风机; 非线性; 共振频率; $p-y$ 曲线; Winkler 地基

中图分类号: TU 473

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2025) 01-0156-09

Nonlinear resonance characteristics of offshore wind turbines with large diameter monopile foundation

TIAN Shu-ping^{1,2}, WANG Zhen-yu^{1,2}, ZHANG Chen-rong^{1,2}

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China;

2. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: Resonance occurs when the natural frequency of an offshore wind turbine matches its rotational or blade passing frequency, potentially causing severe structural damage. Existing research on the resonance frequency characteristics of offshore wind turbines has mainly focused on elastic analysis, neglecting the nonlinear dynamic interaction between the foundation and soil. Based on the dynamic Winkler foundation model, the hyperbolic soil resistance around the pile-lateral displacement ($p-y$) backbone curve was used to consider the stiffness nonlinear of the pile-soil system. The shear strain-dependence of hysteretic damping was considered for soil energy dissipation. A simplified nonlinear frequency domain analysis method for calculating the resonance frequency of monopile-supported offshore wind turbines was proposed. The validity of the method was confirmed through comparisons with model test results and field measurements from the Lely (A2) offshore wind turbine. A parametric study was conducted to investigate the influence of sand density, pile length and pile diameter on the nonlinear resonance frequency of offshore wind turbines. The results show that the resonance frequency of the offshore wind turbine system decreases with increasing loading amplitude. Additionally, the influence of soil nonlinearity on the resonance frequency for systems is more obvious when the sand is looser, the pile length is shorter, or the pile diameter is smaller.

Keywords: offshore wind turbine; nonlinear; resonance frequency; $p-y$ curve; Winkler foundation

1 引 言

海上风机的涡轮机运转产生的周期性荷载有转子质量、气动不平衡引起的偏心荷载以及叶片扫略的空气湍流荷载, 对应频率分别为 $1F$ 和 N_bF , 其中 F 为谐波次数, 用来描述与转速相关的频率特

性, N_b 为风机叶片数目。在工程设计中, 为避免风机结构共振, 通常需要限定风机系统一阶自振频率在 $1F \sim N_bF$ 之间, 频段范围很窄。因此, 准确评估系统的共振频率对于海上风机结构的设计和运营至关重要。

近海风机多采用大直径单桩基础形式, 其共振

收稿日期: 2024-03-12

录用日期: 2024-08-08

基金项目: 国家自然科学基金 (No.51779175)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (51779175).

第一作者简介: 田抒平, 女, 1995 年生, 博士研究生, 主要从事桩基工程的研究。E-mail: tianshuping95@163.com

通讯作者: 张陈蓉, 女, 1982 年生, 博士, 副研究员, 博士生导师, 主要从事桩基工程的科研与教学工作。E-mail: zcrong33@tongji.edu.cn

频率的常用研究方法包括有限元等数值模拟和简化分析方法两种。相较于有限元数值模拟, 简化分析方法因其建模简便、计算高效等特点更为工程界所接受^[1-2]。风机的简化计算模型, 通常将风机叶轮和机舱简化为集中质量作用于塔筒顶部, 塔筒结构视作悬臂梁。对于大直径单桩基础, 最直接的一种处理方式忽略基础效应, 塔筒底部视作固定端, 如图 1(a)所示。由于塔底刚度无穷大, 会明显高估风机系统的共振频率^[3]。为考虑桩土效应对风机共振频率的影响, 第 2 种较为简化的处理方式是在塔筒悬臂梁底部设置弹簧系统, 如图 1(b)所示, 有单一旋转自由度^[4]、水平和旋转双自由度^[5]以及考虑水平、旋转和耦合效应的三自由度^[6]。但是, 弹簧边界模拟基础时, 土体被理想化为弹性材料, 同样导致风机系统共振频率的误差较大。第 3 种处理方式, 如图 1(c)所示, 将桩周土体视作沿单桩分布的弹簧, 利用 Winkler 地基梁理论^[7], 将塔筒和单桩基础视为整体结构进行求解^[8]。Winkler 地基弹簧可以有效考虑桩周土体的非线性。图 1 中, m 为塔顶集中质量, E 为弹性模量, I 为惯性矩, k_l 、 k_r 和 k_{lr} 分别为桩基水平、旋转和水平旋转耦合弹簧, k_{px} 和 c_{px} 分别为桩侧复弹簧的刚度项和阻尼项。

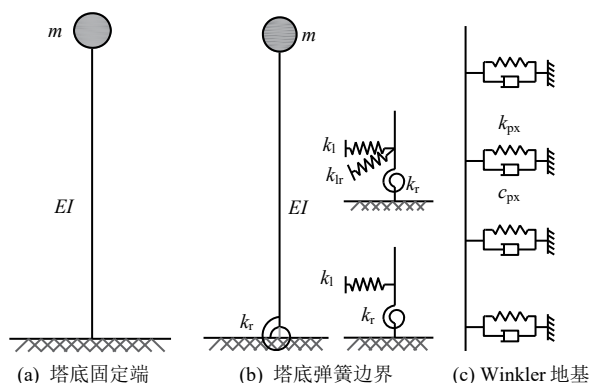


图 1 海上风机共振频率简化计算模型

Fig.1 Model idealizations for the natural frequency calculation of offshore wind turbines

Winkler 地基梁模型因形式简单、计算高效等优势受到广泛应用。Darvishi-Alamouti 等^[9]基于 Winkler 弹性地基梁模型, 利用简化方法研究了海上风机共振频率对单桩的直径、长细比、质量等参数变化的敏感性。考虑到土体的非线性, 杨春宝等^[2]将桩-土相互作用简化为线性分布弹簧和阻尼器的形式, 基于传递矩阵和有限元模态分析方法, 分析考虑土体阻尼的风机系统共振频率。研究表明, 地基土模量和阻尼变化会导致风机系统共振频率发生大幅度偏移。由于桩-土动力相互作用机制的复杂性, 利用简

化方法研究风机初始共振频率, 通常会忽略小应变状态下土体刚度和阻尼的应变依赖性^[10-14]。Hanssen^[15]、Norén-Cosgriff^[16]等开展了一系列大直径单桩基础海上风机共振特性模型试验和现场实测, 提出风机系统的初始共振频率与荷载水平之间存在明显的相关性。

因此, 本文基于动力 Winkler 地基模型, 采用双曲线型桩周土抗力-桩身侧向位移 (p - y) 骨干曲线考虑桩土刚度非线性, 采用剪应变相关滞回阻尼考虑土体能量耗散, 提出了大直径单桩海上风机系统共振频率的非线性频域理论简化分析方法。同时, 开展了 4 组不同荷载水平作用下砂土中风机共振频率动力模型试验。进一步地, 通过模型试验结果与 Lely (A2) 工程实例现场实测数据进行对比, 验证了本文简化方法的正确性。最后, 开展了砂土密实度、桩长和桩径对风机共振频率非线性影响的参数分析。

2 非线性频域简化分析方法

2.1 风机共振频率有限差分法

如图 2(a)所示, 大直径单桩基础海上风机上部结构主要由叶片、轮毂、机舱和塔筒构成。图 2(b)为风机有限差分计算模型, 其中叶片、轮毂和机舱简化为塔顶集中质量 m , 塔筒段和桩段简化为等截面梁, 单位长度质量分别为 m_l 和 m_p 。塔顶受水平简谐荷载 $P\sin\omega t$ 和弯矩 $M\sin\omega t$ 作用。其中, P 为荷载的幅值, 表示最大施加力; M 为弯矩的幅值, 表示最大施加弯矩; ω 为圆频率; t 为时间。

为考虑桩-土动力相互作用, 基于 Winkler 地基假定, Makris 等^[17]将桩侧土体简化为由弹簧和阻尼器构成的“复弹簧”, 水平向复刚度 k_p 表达式为

$$k_p = k_{px} + i\omega c_{px} \quad (1)$$

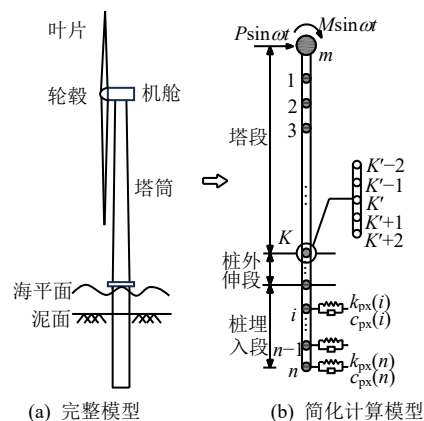


图 2 海上风机结构示意图

Fig.2 Schematic diagram of offshore wind turbines

将塔筒和单桩按长度进行 n 等分, 每段梁单元长度 h , 由塔顶至桩底编号为 $0, 1, 2, \dots, i, \dots, n-1, n$, 塔底和桩顶连接处编号为 K , 塔顶向上部延伸依次增加两个虚设节点 -1 和 -2 , 桩底向下部延伸依次增加两个虚设节点 $n+1$ 和 $n+2$ 。当桩塔截面刚度不同时, 节点 K 处应另外处理。塔段在 K 点处向下延伸增设虚拟节点 $K'+1$ 和 $K'+2$, 桩段在虚拟节点 K' 处向上延伸, 增设虚拟节点 $K'-1$ 和 $K'-2$, K' 与 K 点重合。

节点 i 水平位移 $u_i(z)$ 满足稳态振动微分方程:

$$\frac{d^4 u_i(z)}{dz^4} - \left(\frac{\lambda_i}{h} \right)^4 u_i(z) = 0 \quad (2)$$

式中: z 为埋深; λ_i 为节点 i 振动特性的量化指标, 其表达式为

$$\lambda_i = \begin{cases} h \left(\frac{\omega^2 m_t}{E_t I_t} \right)^{1/4} & \text{塔段} \\ h \left(\frac{\omega^2 m_p}{E_p I_p} \right)^{1/4} & \text{桩外伸段} \\ h \left(\frac{m_p \omega^2 - k_{px} - i \omega c_{px}}{E_p I_p} \right)^{1/4} & \text{桩埋入段} \end{cases} \quad (3)$$

式中: E_t 和 E_p 分别为塔筒和单桩的弹性模量; I_t 和 I_p 分别为塔筒和单桩的截面惯性矩。

采用差分法进行求解, i 节点位移 u_i 的差分表

达为

$$u_{i+2} - 4u_{i+1} + (6 - \lambda_i^4)u_i - 4u_{i-1} + u_{i-2} = 0 \quad (4)$$

塔顶满足边界条件如下:

$$P \sin \omega t + m \omega^2 u_0 = E_t I_t u_0''' = \frac{E_t I_t}{2h^3} (-u_{-2} + 2u_{-1} - 2u_1 + u_2) \quad (5)$$

$$M \sin \omega t = E_t I_t u_0'' = \frac{E_t I_t}{h^2} (u_{-1} - 2u_0 + u_1) \quad (6)$$

式中: u_0 为塔顶位移; u_0'' 和 u_0''' 分别为塔顶位移对时间的二阶和三阶导数; u_{-2} 、 u_{-1} 、 u_1 和 u_2 分别为节点 -2 、 -1 、 1 和 2 位移。

桩端边界条件依据对转角和位移约束而不同。根据 K 点 (K' 点) 位移 u_K ($u_{K'}$)、转角、弯矩和剪力连续条件, 可得到补充方程。以弯矩连续条件为例, 计算公式为

$$\frac{E_t I_t}{h^2} (u_{K+1} - 2u_K + u_{K-1}) = \frac{E_p I_p}{h^2} (u_{K'+1} - 2u_{K'} + u_{K'-1}) \quad (7)$$

式中: u_K 为塔底位移; $u_{K'}$ 为桩顶位移。

结合标准节点差分方程 (4)、边界条件以及连接点处连续条件, 可得到结构整体响应求解矩阵:

$$\mathbf{K}_u \mathbf{u} = \mathbf{P}_u \quad (8)$$

式中: $\mathbf{u}$ 为风机各节点水平位移列向量; $\mathbf{P}_u$ 为水平荷载列向量; $\mathbf{K}_u$ 为整体刚度矩阵。

$$\mathbf{K}_u = \begin{bmatrix} B_0 & -4 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & B_1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & -4 & B_i & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -4 & B_K & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k & -2k & k & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k & 2k & 0 & -2k & k & 1 & -2 & 0 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -4 & B_{K'} & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -4 & B_j & -4 & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -4 & B_{n-2} & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -4 & B_{n-1} & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -4 & B_n \end{bmatrix}_{(n+6) \times (n+6)} \quad (9)$$

其中：

$$B_0 = 2 - \frac{m_t \omega^2 h^4}{E_t I_t} - \frac{2m \omega^2 h^3}{E_t I_t} \quad (10)$$

$$B_1 = 5 - \frac{m_t \omega^2 h^4}{E_t I_t} \quad (11)$$

$$B_i = 6 - \lambda_i^4 (2 \leq i \leq n-2) \quad (12)$$

$$B_{n-1} = 5 - \lambda_{n-1}^4 \quad (13)$$

$$B_n = 2 - \lambda_n^4 \quad (14)$$

$$k = \frac{E_t I_t}{E_p I_p} \quad (15)$$

2.2 桩土动力相互作用非线性特性

假设土体为弹性材料，文献[17]给出了式(1)中地基土与桩的相互作用刚度项 k_{px} 为

$$k_{px} = 1.2 E_s \quad (16)$$

式中： E_s 为土体弹性模量。

阻尼项 c_{px} 由滞回阻尼和辐射阻尼组成，即

$$c_{px} \approx 2D \frac{k_{px}}{\omega} + 6\rho_s V_s d_0 a_0^{\frac{1}{4}} \quad (17)$$

式中： D 为土体阻尼比； ρ_s 为土层密度； d_0 为桩外径； V_s 为土层剪切波速； a_0 为桩身无量纲参数， $a_0 = \omega d_0 / V_s$ 。海上风机所受到的荷载频率通常在 0~1 Hz 之间，因频率较低可忽略辐射阻尼[18]，本文仅采用滞回阻尼考虑土体的能量耗散。

风机共振频率分析中土体经常采用上述弹性模型，但大量桩土动力相互作用试验发现，随着动应变的发展，桩土刚度和土体阻尼比分别呈现明显的下降和上升趋势，如图3所示。图中， k_{ini} 为地基反力初始模量， k_1 为土体第1次屈服后（即第1次加载到达最大值后）的刚度， k_2 为第2次循环加载到达最大值后土体的刚度。

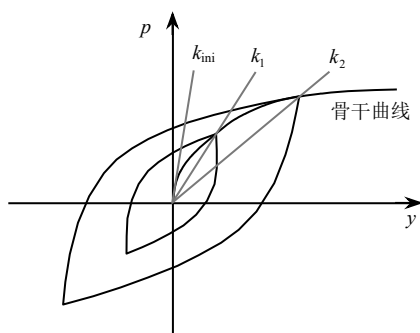


图3 非线性桩土相互作用滞回曲线示意图

Fig.3 Schematic diagram of nonlinear hysteretic curves for pile-soil interaction

考虑桩-土相互作用非线性，桩侧土体非线性骨干曲线采用在 API 规范[19]基础上改进的双曲线型 p - y 曲线[20]，具体表达式为

$$p = \frac{y}{\frac{1}{k_{ini}} + \frac{y}{p_u}} \quad (18)$$

式中： p_u 为桩周土的极限抗力，其表达式为

$$k_{ini} = n_h z \quad (19)$$

$$p_u = K_p^2 \gamma_s z d_0 \quad (20)$$

$$K_p = \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (21)$$

式中： γ_s 为砂土的有效重度； K_p 为朗肯被动土压力系数； n_h 为初始地基反力系数。朱斌等[21]基于离心模型试验结果，建议在没有实测数据的情况下采用 Terzaghi 建议值[22]较为合理，如图4所示，由于本文砂土相对密实度取值较广，对建议值进行曲线拟合延长。 φ 为砂土内摩擦角，依据 API 规范，由相对密实度确定，取值范围为 20°~40°，具体见表1。

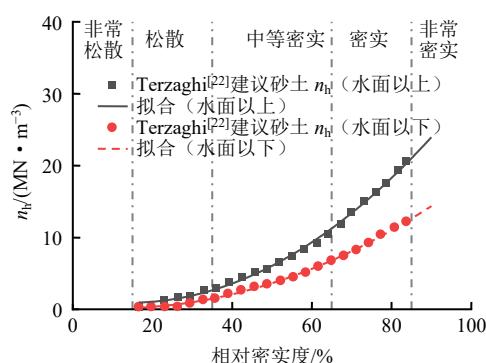


图4 Terzaghi[22]建议砂土 n_h 值和拟合曲线

Fig.4 Values of n_h for sand recommended by Terzaghi[22] and curve fitting

表1 API RP2A-WSD 砂性土内摩擦角取值

Table 1 API RP2A-WSD internal friction angle of sand

密实度	$\varphi / (^\circ)$
非常松散	20
松散	25
中等密实度	30
密实	35
非常密实	40

依据 Seed 等[23]研究结果，土体阻尼比 D 与剪应变 γ 的关系如图5所示。

为确定当前桩侧位移 y 对应的桩周土体阻尼比 D ，需要得到当前桩侧土体剪应变。Matlock[24]基于

Skempton^[25]提出了桩身位移方向桩周土体平均正应变 ε_a 与桩身侧向位移 y 的关系可近似表示为

$$\varepsilon_a = \frac{y}{2.5d_0} \quad (22)$$

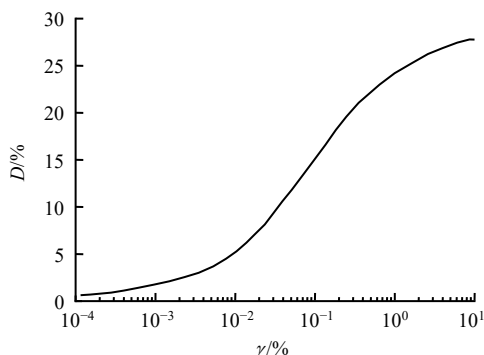


图5 砂土中阻尼比随剪应变变化曲线

Fig.5 Damping ratio curve with shear strain in sand

垂直于受力方向的横向正应变 $\varepsilon_v = -\nu\varepsilon_a$ ，其中 ν 为桩周土体泊松比。三轴剪切试验条件下，剪应变表示为

$$\gamma = \varepsilon_a - \varepsilon_v = (1 + \nu)\varepsilon_a \quad (23)$$

因此，桩周土体平均剪应变 γ 表达式为

$$\gamma = \frac{1 + \nu}{2.5d_0} y \quad (24)$$

2.3 求解步骤

引入桩土非线性骨干曲线和桩周土体剪应变相关滞回阻尼，对大直径单桩基础海上风机稳态振动的频域响应整体差分矩阵进行迭代求解，以得到其共振频率。基本步骤如下：

(1) 在塔筒顶部输入某频率简谐荷载，令塔筒和单桩初始位移为 0，桩侧土体初值阻尼比为 0，由桩侧 p - y 骨干曲线确定节点处桩土初始刚度 k_{ini} 。更新整体风机刚度矩阵 K_u^0 进行求解，得到初次风机塔筒和单桩水平位移 u^1 。其中，上标 0 和 1 分别表示结构初始状态和受载后第一增量状态。

(2) 由步骤 (1) 得到的单桩位移 u^1 更新桩侧割线刚度 k_{px}^1 ，计算桩侧土体剪应变更新桩侧土体阻尼比 D^1 。

(3) 更新风机整体刚度矩阵 K_u^1 ，进行计算。

(4) 重复步骤 (2)、(3)，进行迭代求解，直至两次风机结构位移响应差值达到预先设定。

(5) 保持简谐荷载幅值不变，改变荷载频率，重复步骤 (1) ~ (4)，得到不同频率下的整体风机响应，确定当前荷载幅值下风机的共振频率。

(6) 改变简谐荷载幅值，重复步骤 (1) ~ (5)，得到不同荷载幅值下整体风机的共振频率。

3 理论模型验证

为验证简化分析方法的合理性，进行了考虑土体非线性对单桩基础风机共振频率影响的模型试验和工程实例分析。

3.1 与模型试验对比

试验装置和大直径单桩基础风机模型如图 6 所示，模型材料为钢，风机结构参数见表 2。激振系统主要由 ECON 信号发生器、YE5871 型功率放大器、JMJ-5 激振器三部分组成。风机和稳态激振器之间通过刚性杆连接，并设有力传感器，用于监测加载水平。其中，力传感器采用了世敦 SAZKT131E 型电荷式力阻抗头。激振器输出水平正弦简谐激振荷载，加载频率为 1~15 Hz，间隔为 0.5 Hz，加载幅值由计算机输入电压指令以及功率放大器微调实现精准控制，于正式试验前对其进行测验标定。风机顶部布置朗斯 LC0129T 型内装 IC 压电式加速度传感器，采集信号软件可直接对测量的加速度响应进行二次积分，得到风机顶部位移幅值。



图6 试验装置和风机模型

Fig.6 Test devices and the wind turbine model

表2 模型试验和工程实例中风机结构参数

Table 2 Parameters of wind turbines in the model test and the engineering example

类型	塔筒、桩弹性模量/GPa	管桩外径/cm	塔筒外径/cm	管桩壁厚/mm	塔筒壁厚/mm	密度/(kg·m ⁻³)	钢泊松比	塔筒高度/m	桩长/m	桩埋深/m	塔顶风机集中质量/kg
试验模型	200	4	4	2	2	7 850	0.167	0.7	0.3	0.25	1.6
Lely (A2)	210	370	270	12	35	7 850	0.167	41.5	21.0	21.00	32 000.0

模型箱长×宽×高为 50 cm × 40 cm × 50 cm，地

基制备高度为 49 cm。为消减边界效应，模型箱内

壁布置 2 cm 厚泡沫层。试验土样为丰浦干砂, 每 5 cm 碾压一次, 控制砂土密度 $\rho=1.56 \text{ g/cm}^3$, 对应相对密实度为 75%。砂土泊松比 0.25, 初始剪切模量 G_0 采用弯曲元波速试验测定。依据试验结果, 得到模型箱砂土初始剪切模量和弹性模量分别为 12.4、31.0 MPa。

考虑简谐荷载幅值 P 分别为 0.25、0.75、1.25、1.75 N, 开展了 4 组工况下风机模型扫频试验。图 7 为试验得到的不同幅值简谐荷载作用下塔顶的位移频谱图。随着荷载幅值逐渐增大, 由于土体非线性的影响, 风机系统共振频率逐渐减小, 荷载幅值 0.25、0.75、1.25、1.75 N 对应的共振频率分别为 11.5、11.0、10.5、10.0 Hz。图 8 为模型试验结果与本文非线性简化理论分析计算值的对比。可以看到, 本文简化分析方法得到的结果与试验结果变化规律一致, 验证了方法的合理性。本文方法得到的共振频率偏大, 可能与土体初始模量取值偏大有关。弯曲元测试必须在一定压力下进行, 土体埋深过浅会导致土体自重不满足弯曲元承压条件, 试验忽略了浅层土体剪切模量。

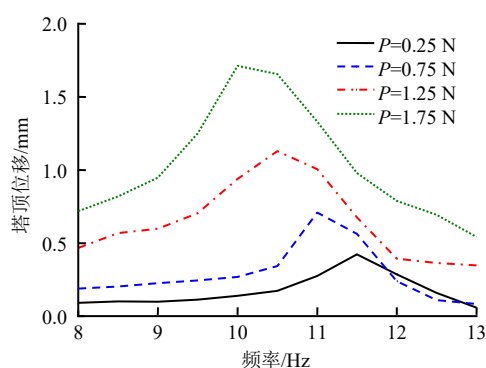


图 7 塔顶动态位移响应与共振频率

Fig.7 Dynamic displacement response of the tower top to obtain resonance frequency

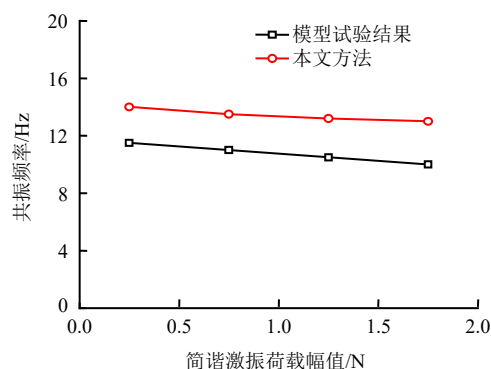


图 8 本文方法计算结果与模型试验结果对比

Fig.8 Comparison of the results between the proposed method in this study and the model test

3.2 与工程实例对比

Zaaijer^[26]对荷兰 Lely (A2) 大直径单桩基础风机开展了共振频率现场实测。风机塔筒底端直径为 3.2 m, 顶端直径为 1.9 m, 等效塔筒直径为 2.7 m, 桩基为钢管桩, 具体参数取值汇总于表 2。工程实例中海床表层土为中砂、中密砂及部分黏土, 本文按照中密砂进行计算, 土体密度为 1960 kg/m^3 , 土体泊松比为 0.25。参考低风速工况下风机所承受的环境荷载, 水平简谐荷载幅值 P 选取 10、50、100 kN。

图 9 为本文简化方法计算得到的不同幅值简谐荷载下风机共振频率与现场实测对比图。由图 9 可以看到, 荷载幅值为 10、50、100 kN 对应的风机共振频率分别为 0.645、0.636、0.628 Hz, 与现场实测值 0.634 Hz 较为接近, 且共振频率误差明显小于塔底固定端模型, 验证了简化分析方法的正确性和有效性。需要指出, 由于本文采用频域方法计算风机系统共振频率, 忽略了对此影响较小的风机结构阻尼, 导致风机位移幅值偏大。

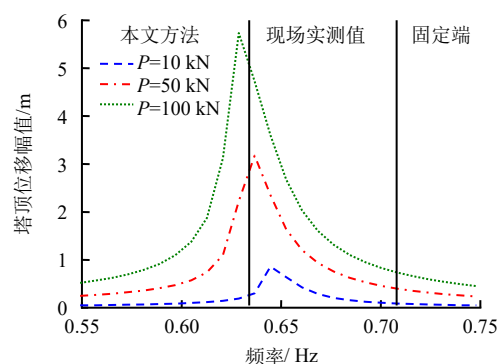


图 9 本文方法结果与现场实测对比

Fig.9 Comparison of the results between the proposed method in this study and the field measurement

4 影响因素分析

以 3.2 节 Lely (A2) 大直径单桩基础风机结构为研究对象, 采用本文考虑土体非线性的频域理论简化分析方法, 塔顶施加水平简谐荷载幅值 P 为 10、50、100 kN, 探讨砂土密实度、单桩基础长度和桩外径对风机共振频率非线性的影响, 计算结果均以频率绝对值和归一化值 f/f_0 的形式展示。其中, f 和 f_0 分别为土体非线性和线弹性条件下的风机系统共振频率。

4.1 砂土密实度对风机共振频率非线性的影响

考虑砂土相对密实度 D_r 分别为 30%、50%、70%、90%, 对应砂土松散、中密、密实、非常密实状态, 参考表 1, 内摩擦角分别为 25° 、 30° 、 35° 、

40°, 朗肯被动压力系数分别为 2.463 9、3.000 0、3.690 2、4.598 9。保持风机上部结构参数不变, 基础部分桩长取 15 m, 不同砂土密实度中风机系统共振频率的结果汇总于表 3。可以看到, 随着砂土相对密实度的增加, 桩土刚度增大, 风机系统共振频率逐渐增加。此外, 与线弹性模型相比, 本文模型采用双曲线型 p - y 骨干曲线考虑桩土刚度退化, 采用剪应变相关滞回阻尼考虑桩周土体能量耗散, 风机系统共振频率较小。

表 3 风机共振频率随砂土密实度变化

Table 3 Resonance frequency of wind turbine varies with sand density

相对密实度 $D_r/\%$	共振频率/Hz			
	线弹性	$P=10$ kN	$P=50$ kN	$P=100$ kN
30	0.557	0.541	0.510	0.493
50	0.621	0.605	0.589	0.573
70	0.645	0.629	0.621	0.605
90	0.660	0.645	0.637	0.629

将表 3 结果以归一化比值 f/f_0 表示, 得到图 10。可以明显看到, 随着荷载幅值的增加, 风机共振频率呈非线性趋势逐渐减小。这是由于砂土的非线性, 荷载水平的增加引起桩周土体应变逐渐增加, 土体刚度逐渐衰减, 而阻尼比增加。刚度项占风机共振频率变化的主导因素, 明显大于阻尼项的影响。此外, 随着砂土相对密实度的减小, 风机共振频率的衰减速度逐渐提高。例如, 荷载幅值 P 为 10、50、100 kN 时, 共振频率在相对密实度 D_r 为 90% 的砂土中分别降低了 2.27%、3.48%、4.70%, 而在相对密实度为 30% 的砂土中分别降低了 2.87%、8.44%、11.50%。表明在松散砂土中, 桩土刚度退化程度较大, 风机共振频率非线性的趋势更为明显。

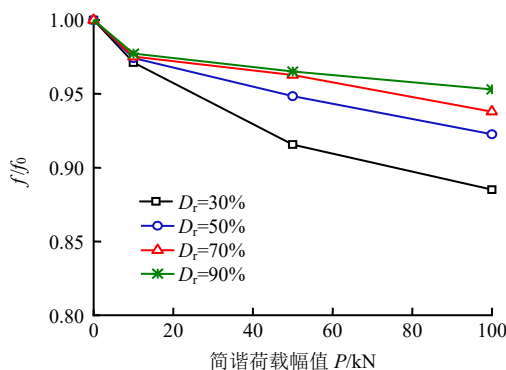


图 10 不同砂土密实度归一化共振频率随荷载幅值变化曲线
Fig.10 Variation curves of normalized resonance frequencies with loading amplitude under different sand densities

4.2 桩长对风机共振频率非线性的影响

风机上部结构参数不变, 砂土相对密实度取 50%, 考虑桩长 L 为 12、16、20、24 m, 风机共振频率的结果见表 4。将结果以归一化比值 f/f_0 表示, 得到图 11。由图可见, 随着桩长的减小, 风机共振频率的衰减程度明显增加。例如, 荷载幅值 P 为 10、50、100 kN 时, 共振频率对于桩长 24 m 的风机分别降低了 1.26%、2.52%、3.77%, 而对于桩长 12 m 的风机分别降低了 2.75%、9.64%、13.8%。这是由于表层砂土刚度退化程度最大。当桩长较短时, 土体非线性对风机共振频率的影响更为明显。

表 4 风机共振频率随桩长变化

Table 4 Resonance frequency of the wind turbine varies with pile length

桩长 L/m	共振频率/Hz			
	线弹性	$P=10$ kN	$P=50$ kN	$P=100$ kN
12	0.581	0.565	0.525	0.501
16	0.629	0.613	0.597	0.589
20	0.637	0.629	0.613	0.605
24	0.637	0.629	0.621	0.613

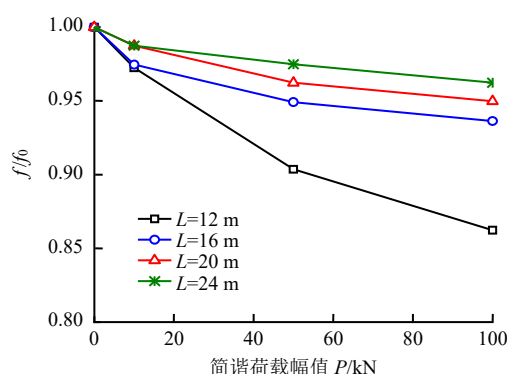


图 11 不同桩长归一化共振频率随荷载幅值变化曲线
Fig.11 Variation curves of normalized resonance frequencies with loading amplitude under different pile lengths

4.3 桩径对风机共振频率非线性的影响

风机上部结构参数不变, 砂土相对密实度取 50%, 考虑桩外径 d_0 为 2、3、4、5 m, 风机共振频率的结果见表 5。结果以归一化比值 f/f_0 表示, 得到图 12。由图可见, 随着桩径的减小, 风机共振频率的衰减程度明显增加。例如, 荷载幅值 P 为 10、50、100 kN 时, 共振频率对于桩径 5 m 的风机分别降低了 1.25%、3.77%、5.02%, 而对于桩径 2 m 的风机分别降低了 7.74%、13.70%、19.90%。表明桩径较小时, 土体非线性对风机共振频率影响更为明显。

表5 风机共振频率随桩径变化

Table 5 Resonance frequency of the wind turbine varies with pile diameter

桩外径 d_0/m	共振频率/Hz			
	线弹性	$P=10\text{ kN}$	$P=50\text{ kN}$	$P=100\text{ kN}$
2	0.517	0.477	0.446	0.414
3	0.597	0.582	0.557	0.541
4	0.629	0.613	0.597	0.581
5	0.637	0.629	0.613	0.605

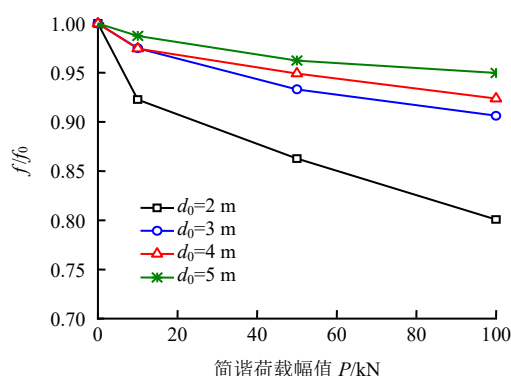


图12 不同桩径归一化共振频率随荷载幅值变化曲线

Fig.12 Variation curves of normalized resonance frequencies with loading amplitude under different pile diameters

5 结 论

本文基于 Winkler 地基模型，考虑土体的非线性，建立了大直径单桩基础海上风机共振频率的频域理论简化分析方法，探讨了砂土密实度、桩长和桩径变化对风机共振频率非线性的影响。主要结论如下：

(1) 与模型试验结果和 Lely (A2) 工程实例现场实测数据对比，验证了本文非线性频域理论简化分析方法计算风机系统共振频率是有效、合理的。采用双曲线型 $p-y$ 骨干曲线考虑桩土刚度非线性，以及剪应变相关滞回阻尼考虑土体能量耗散，克服了传统土体材料完全弹性简化的缺陷，对风机结构的设计和运营评估至关重要。随着荷载水平的增大，风机系统共振频率呈现减小趋势。桩土刚度项占风机共振频率变化的主导因素，明显大于阻尼项的影响。

(2) 砂土密实度与风机共振频率非线性程度呈负相关。随着砂土密实度的减小，风机共振频率受土体非线性的影响逐渐增加。

(3) 随着桩长或桩径的减小，风机共振频率受土体非线性的影响明显增加。当桩长由 24 m 减小至 12 m，共振频率在荷载幅值为 100 kN 作用下分别减少了 3.77% 和 13.8%。当桩径由 5 m 减小至 2 m，

共振频率在荷载幅值为 100 kN 作用下分别减少了 5.02% 和 19.9%。

需要指出，本文频域简化方法忽略了风机结构阻尼，会引起风机位移响应幅值偏大；将塔筒简化为等截面梁，可能会引起风机共振频率偏大，后续研究工作需要对此进一步探讨和完善。

参 考 文 献

- [1] LIANG F Y, JIA X J, ZHANG H. Seismic responses of offshore wind turbines based on a lumped parameter model subjected to complex marine loads at scoured sites[J]. *Ocean Engineering*, 2024, 297: 116808.
- [2] 杨春宝, 王睿, 张建民. 单桩基础型近海风机系统自振频率实用计算方法[J]. *工程力学*, 2018, 35(4): 219-225. YANG Chun-bao, WANG Rui, ZHANG Jian-min. Numerical method for calculating system fundamental frequencies of offshore wind turbines with monopile foundations[J]. *Engineering Mechanics*, 2018, 35(4): 219-225.
- [3] VAN DER TEMPEL J, MOLENAAR D P. Wind turbine structural dynamics-a review of the principles for modern power generation, onshore and offshore[J]. *Wind Engineering*, 2002, 26(4): 211-222.
- [4] BYRNE B W, HOULSBY G T. Foundations for offshore wind turbines[J]. *Philosophical Transactions: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2003, 361(1813): 2909-2930.
- [5] BHATTACHARYA S, ADHIKARI S. Experimental validation of soil-structure interaction of offshore wind turbines[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2011, 31(5-6): 805-816.
- [6] LOMBARDI D, BHATTACHARYA S, WOOD D M. Dynamic soil-structure interaction of monopile supported wind turbines in cohesive soil[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2013, 49: 165-180.
- [7] WINKLER E. The theory of elasticity and strength[M]. Prague: Dominicus, 1867.
- [8] PRENDERGAST L J, HESTER D, GAVIN K, et al. An investigation of the changes in the natural frequency of a pile affected by scour[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2013, 332(25): 6685-6702.
- [9] DARVISHI-ALAMOUTI S, BAHAAARI M R, MORADI M. Natural frequency of offshore wind turbines on rigid and flexible monopiles in cohesionless soils with linear stiffness distribution[J]. *Applied Ocean Research*, 2017,

- 68: 91-102.
- [10] PRENDERGAST L J, GAVIN K. A comparison of initial stiffness formulations for small-strain soil-pile dynamic Winkler modelling[J]. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, 2016, 81: 27-41.
- [11] PRENDERGAST L J, IGOE D. Examination of the reduction in natural frequency of laterally loaded piles due to strain-dependence of soil shear modulus[J]. **Ocean Engineering**, 2022, 258: 111614.
- [12] 吴小锋, 汪玉冰, 朱斌. 地震序列作用下干砂与饱和砂地基动力响应离心模拟试验[J]. **岩土力学**, 2020, 41(10): 3385-3394.
- WU Xiao-feng, WANG Yu-bing, ZHU Bin. Centrifuge test of dry sand and saturated sand ground seismic response under earthquake sequence[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2020, 41(10): 3385-3394.
- [13] 时振昊, 黄茂松, 倪雨萍. 基于颗粒间应变的饱和黏土小应变各向异性非线性本构模型[J]. **岩土力学**, 2021, 42(4): 1036-1044.
- SHI Zhen-hao, HUANG Mao-song, NI Yu-ping. Intergranular-strain based constitutive model for saturated clay with anisotropic small-strain stiffness[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2021, 42(4): 1036-1044.
- [14] 梁晓敏, 杨朔成, 顾晓强. 砂土应力诱发弹性波速各向异性的试验研究[J]. **岩土力学**, 2023, 44(11): 3235-3240.
- LIANG Xiao-min, YANG Shuo-cheng, GU Xiao-qiang. An experimental study on the stress-induced anisotropic elastic wave velocities of sand[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2023, 44(11): 3235-3240.
- [15] HANSSEN S B, EIKSUND G, NORDAL S. Impact vibration test of monopile foundation model in dry sand[J]. **International Journal of Physical Modelling in Geotechnics**, 2016, 16(2): 65-82.
- [16] NORÉN-COSGRIFF K, KAYNIA A M. Estimation of natural frequencies and damping using dynamic field data from an offshore wind turbine[J]. **Marine Structures**, 2021, 76: 102951.
- [17] MAKRIS N, GAZETAS G. Dynamic pile-soil-pile interaction. Part II: lateral and seismic response[J]. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, 1992, 21(2): 145-162.
- [18] CHEN C, DUFFOUR P. Modelling damping sources in monopile-supported offshore wind turbines[J]. **Wind Energy**, 2018, 21(11): 1121-1140.
- [19] American Petroleum Institute (API). Recommended practice for planning, designing and constructing fixed offshore platforms-working stress design[S]. Washington D. C.: American Petroleum Institute Publishing Services, 2005.
- [20] KLINKVORT R T, HEDEDAL O. Effect of load eccentricity and stress level on monopile support for offshore wind turbines[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2014, 51(9): 966-974.
- [21] 朱斌, 熊根, 刘晋超, 等. 砂土中大直径单桩水平受荷离心模型试验[J]. **岩土工程学报**, 2013, 35(10): 1807-1815.
- ZHU Bin, XIONG Gen, LIU Jin-chao, et al. Centrifuge modelling of a large-diameter single pile under lateral loads in sand[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2013, 35(10): 1807-1815.
- [22] TERZAGHI K. Evaluation of coefficient of subgrade reaction[J]. **Géotechnique**, 1955, 5(4): 297-326.
- [23] SEED H B, IDRISS I M. Soil moduli and damping factors for dynamic response analyses[R]. Berkeley: Earthquake Engineering Research Center, University of California, 1970.
- [24] MATLOCK H. Correlation for design of laterally loaded piles in soft clay[C]// Offshore technology conference. Houston: [s. n.], 1970: 77-94.
- [25] SKEMPTON A W. The bearing capacity of clays[C]// Proceedings of the Building Research Congress. London: Thomas Telford Publishing, 1951: 180-189.
- [26] ZAAIJER M B. Foundation modelling to assess dynamic behaviour of offshore wind turbines[J]. **Applied Ocean Research**, 2006, 28(1): 45-57.